

Matematyczna liga zadaniowa
Klasa 8
Wrzesień

1. Do pewnej dodatniej liczby całkowitej n dopisano na końcu pewną cyfrę, uzyskując w ten sposób liczbę 12 razy większą od liczby n . Wyznacz wszystkie liczby n o tej własności.
2. Liczby a, b, c, d są dodatnie. Liczba b jest o 100% większa od liczby a , liczba c jest o 100% większa od liczby b , liczba d jest o 100% większa od liczby c . Wynika z tego, że liczba d jest większa od liczby a o ile procent?
3. 14% pewnej liczby jest o 7 większe od 9% tej liczby. Jaka to liczba?
4. Na trzech półkach stało 60 książek. Asia, robiąc porządki, przełożyła 10 książek z drugiej półki na trzecią, z trzeciej półki 8 książek na pierwszą, a następnie z pierwszej półki 4 książki na drugą półkę. Wówczas okazało się, że na każdej półce jest po tyle samo książek. Ile książek stało na każdej półce sprzed porządków Asi? Odpowiedź uzasadnij.
5. Znajdź wszystkie liczby całkowite a , dla których wartość wyrażenia $\frac{2a+3}{a-2}$ jest liczbą całkowitą dodatnią.
6. Liczby a i b są parzyste, ich różnica wynosi 6. Wykaż, że liczba $a^2 - b^2$ jest podzielna przez 12.
7. W butelce było 0,75 litra soku. Kot przewrócił butelkę i wylało się 0,25 zawartego w niej soku. Ile soku zostało w butelce?
8. Suma dwóch liczb naturalnych jest równa 47. Dzieląc większą z nich przez mniejszą otrzymasz iloraz 2 i resztę 5. Ile wynosi większa z tych liczb?
9. Z miejscowości odległych od siebie o 3 km, o godzinie 8:00, wychodzą jednocześnie na spotkanie mąż i żona. Mąż idzie z prędkością 5 km/h, a żona z prędkością 4 km/h. O której godzinie małżonkowie się spotkają?
10. Rozpoczynając od pewnej liczby parzystej, wypisano siedem kolejnych liczb naturalnych. Suma pięciu początkowych jest trzycyfrowa, suma pięciu końcowych jest czterocyfrowa. Ile jest równa suma wszystkich siedmiu liczb?
11. Na bokach AB i BC trójkąta ABC leżą odpowiednio takie punkty P i Q (różne od wierzchołków trójkąta), że $AC=CP=PQ=QB$. Wiedząc, że $\angle ACB = 124^\circ$, wyznacz miary pozostałych kątów trójkąta ABC .
12. Istnieje taki trójkąt, którego dwa boki mają długości 5 oraz 10. Jaką długość ma trzeci bok tego trójkąta jeśli wiemy że jest liczbą naturalną. Wypisz wszystkie możliwości
13. Trójkąt ABC jest prostokątny i równoramienny. Na przeciwprostokątnej AC zbudowano trójkąt równoboczny ACD . Oblicz miary kątów trójkąta ABD . Rozważ wszystkie możliwości ułożenia trójkątów.

14. W równoległoboku ABCD długość boku AB jest dwa razy dłuższa od długości boku BC. Punkt E jest środkiem odcinka CD. Uzasadnij, że kąt AEB jest kątem prostym.
15. Na okrągłej tarczy zegara połączono odcinkami punkty leżące na jej brzegu i odpowiadające godzinom 4, 9 i 12. Oblicz miary kątów otrzymanego trójkąta.
16. Długości krawędzi prostopadłościanu, wyrażone w centymetrach, są liczbami naturalnymi. Jedna ze ścian ma pole 45 cm^2 , a druga 36 cm^2 . Jakie wymiary może mieć ten prostopadłościan? Podaj wszystkie możliwości.
17. Do prostokątnej działki przylega działka w kształcie trójkąta prostokątnego równoramiennego. Całość tworzy trapez prostokątny o polu 480 m^2 . Pole trójkąta wynosi 128 m^2 . Oblicz ile metrów siatki potrzebujemy do ogrodzenia prostokątnej działki, a następnie rozstrzygnij, ile różnych cyfr rzymskich należy użyć do zapisania tego wyniku.
18. Kąt α jest równy $\frac{4}{5}$ swojego kąta przyległego. Jaką miarę ma kąt α ?
19. Zwiększając długość prostokąta o 20%, a szerokość o 50%, to o ile zwiększamy jego pole?
20. W gronie n osób każda ma dokładnie trzech znajomych (zakładamy, że jeśli osoba A zna B, to osoba B zna A). Wynika z tego, że liczba n jest podzielna przez 2, 3, lub 4. Odpowiedź uzasadnij.