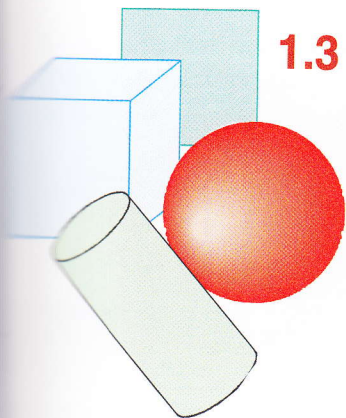




1.3 Mocniny čísla 10, predpony a ich súvis s mocninami

Stále hovoríme o mocninách. Prečo asi?

Používajú sa pri výpočte obsahov rovinných útvarov, povrchov kvádrov, kociek, nájdeme ich vo vzorcoch na výpočet povrchu a objemu valca, kužela... A to je len matematika... a čo iné vedy?... fyzika... chémia... biológia... ?

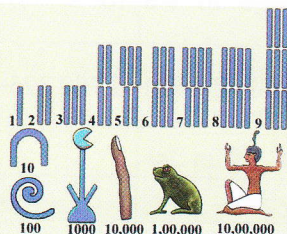
Zistíte, kde všade sa používajú mocniny – je to ďalšia **projektová úloha**.

Osobitnú kapitolu tvoria **mocniny čísla 10**. Skôr, ako si o nich povieme viac, pripomenieme si úlohy, v ktorých sa používali.

Viete, že...?

Egyptania použili ako prvý tzv. **aditívny zápis** väčších čísel. Číslo 10 znázorňovali figúrkou päťnej kosti, 100 zdvihnutým lanom, 1 000 lotosovým kvetom, 10 000 zohnutým prstom a číslo 100 000 žabou alebo pulcom.

Školská encyklopédia matematiky, Príroda, 2001



Čo sme sa už učili

1. Zapiš čísla 243; 3 725; 2,136; 10,59 v desiatkovej pozičnej sústave.

Riešenie 1.

Zapisovali sme ich takto:

$$243 = 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 3 \cdot 1$$

$$3725 = 3 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

$$2,136 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{1}{100} + 6 \cdot \frac{1}{1000}$$

$$10,59 = 1 \cdot 10 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,01$$

Teraz ich budeme zapisovať **pomocou mocnín**, teda takto:

$$243 = 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

$$3\,725 = 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$$2,136 = 2 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-3}$$

$$10,59 = 1 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2}$$

Nehovorili sme ešte o mocnine s mocniteľom 0.

Prečo sa mocnina s mocniteľom 0 rovná 1?

Dohoda

Akémkoľvek nenulové číslo na nultú je 1.

$$3^0 = 1 \quad 0,56^0 = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \quad (-7)^0 = 1$$

Vydelíme napríklad $5^3 : 5^3$

$$\begin{array}{l} 5^3 : 5^3 = 5^{3-3} = 5^0 \\ 5^3 : 5^3 = 125 : 125 = 1 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 5^3 : 5^3 = 5^{3-3} = 5^0 \\ 5^3 : 5^3 = 125 : 125 = 1 \end{array}} \right\} 5^0 = 1$$

Nehovorili sme ani o mocnine čísla 10 so záporným mocniteľom. Vedomosti o nich – *nepatria k povinnému učivu*. Ale vždy je lepšie vedieť viac ako menej.

Takže, platí:

$$0,1 = \left(\frac{1}{10}\right)^1 = 10^{-1}$$

$$0,01 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 10^{-2}$$

$$0,001 = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 10^{-3}$$

$$0,000\,1 = \left(\frac{1}{10}\right)^4 = 10^{-4}$$

2. Čísla v tabuľke zapiš do zošita ako mocniny čísla 10. Takéto zápisy urýchlia riešenie ďalších úloh.

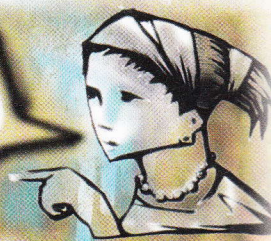
	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000	100 000 000	1 000 000 000
10 ⁿ										

3. Zapiš čísla 12, 347, 3 560, 56 709, 102 568 v desiatkovej pozičnej sústave. Použi mocniny čísla 10.

Riešenie 3.

$$\begin{aligned}12 &= 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 \\347 &= 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 \\3\,560 &= 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 \\56\,709 &= 5 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 \\102\,568 &= 1 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0\end{aligned}$$

Niektorí hovoria, že súčin s nulou netreba písať. Ja ho píšem. Urobím tak menej chýb.



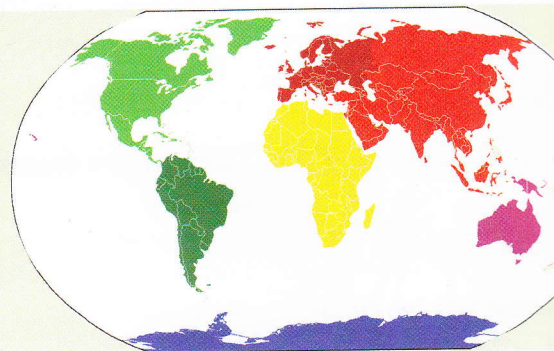
4. Zapiš čísla 1 002 304, 60 985 321, 132 456 021, 9 780 325 405 v desiatkovej pozičnej sústave. Použi mocniny čísla 10.

Viete, že...?

Veľké čísla – mocniny čísla 10 sa v Európe a v Amerike nazývajú takto:

číslo	mocnina	európsky názov	americký názov
1 000 000	10^6	milión	milion
1 000 000 000	10^9	miliarda	bilion
1 000 000 000 000	10^{12}	bilión	trilion
1 000 000 000 000 000	10^{15}	biliarda	kvadrilion

Zdroj: <http://www.tanika.sk/web/matematika/recepty.htm#Názvy veľkých čísel>



5. Zapiš čísla 3,5; 0,23; 42,025; 305,123 05 v desiatkovej pozičnej sústave bez mocnín aj s mocninami čísla 10.

Riešenie 5.

Zápis bez mocnín:

$$\begin{aligned}3,5 &= 3 \cdot 1 + 5 \cdot 0,1 \\0,23 &= 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,01 \\42,025 &= 4 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 0 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,01 + 5 \cdot 0,001 \\305,123\,05 &= 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,01 + 3 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,000\,01\end{aligned}$$

Zápis s mocninami:

$$\begin{aligned}3,5 &= 3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} \\0,23 &= 0 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} \\42,025 &= 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} \\305,123\,05 &= 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 0 \cdot 10^{-4} + 5 \cdot 10^{-5}\end{aligned}$$

6. Zapiš čísla 6,731; 105,3; 652,34; 0,231 056 v desiatkovej pozičnej sústave bez mocnín aj s mocninami čísla 10.

7. Dopln do zápisov namiesto * číslice tak, aby platila rovnosť. Doplnené čísla môžu byť rôzne.

a) $2* = * \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$

$5*7 = * \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + * \cdot 10^0$

$8\,509 = * \cdot 10^3 + * \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$

$36\,026 = * \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + * \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$

b) $0,2 = * \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1}$

$5,7* = * \cdot 10^0 + * \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$

$20,921 = * \cdot 10^1 + * \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + *$

$328,36 = * \cdot 10^2 + * \cdot 10^1 + * \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + *$

Čo by sme mali vedieť o mocninách čísla 10?

Používajú sa v Medzinárodnej sústave jednotiek SI.

Majú svoje zápisy, názvy, označenia, ... Časť z nich je v nasledujúcej tabuľke.

Predpony sústavy SI						
10^x	predpona	znak	názov	násobok	pôvod	príklad
10^6	mega-	M	milión	1 000 000	gréc. – veľký	MB – megabajt
10^3	kilo-	k	tisíc	1 000	gréc. – tisíc	kg – kilogram
10^2	hekto-	h	sto	100	gréc. – sto	hPa – hektopascal
10^1	deka-	da	desať	10	gréc. – desať	dag – dekagram
10^0	-	-	jeden	1		m – meter
10^{-1}	deci-	d	desatina	0,1	lat. decimus – desiaty	dB – decibel
10^{-2}	centi-	c	stotina	0,01	lat. centum – sto	cm – centimeter
10^{-3}	mili-	m	tisícina	0,001	lat. mille – tisíc	ml – mililiter
10^{-6}	mikro-	μ	milióntina	0,000 001	gréc. – malý	μ A – mikroampér
10^{-9}	nano-	n	miliardtina	0,000 000 001	gréc. – trpaslík	nT – nanotesla

V sústave SI napríklad predpona **kilo** násobí jednotku **tisíckou**, takže kilometer je 1 000 metrov a kilowatt je 1 000 wattov. Naproti tomu predpona **mili** jednotku **tisíckou** delí, takže milimeter je tisícina metra a miliampér je tisícina ampéru.

Projektová úloha

Vypracujte projekt, v ktorom použijete predpony z tabuľky – predmety ako fyzika, chémia, biológia, zemepis poskytnú určite veľa námetov.



8. Premeň dané jednotky na jednotky v zátvorkách:

- 2,3 km (m), 0,5 km (dm), 0,025 km (cm)
- 4,29 m (dm), 0,8 m (cm), 0,05 m (mm)
- 6,8 dm (cm), 0,8 dm (mm)

9. Premeň dané jednotky na jednotky v zátvorkách:

- 2,3 km² (m²), 0,5 km² (dm²), 0,025 km² (cm²)
- 4,29 m² (dm²), 0,8 m² (cm²), 0,05 m² (mm²)
- 6,8 dm² (cm²), 0,8 dm² (mm²)
- 0,8 ha (a), 1,2 ha (m²)
- 45 a (m²)

10. Premeň dané jednotky na jednotky v zátvorkách:

- 4,29 m³ (dm³), 0,8 m³ (cm³), 0,05 m³ (mm³)
- 6,8 dm³ (cm³), 0,8 dm³ (mm³)
- 0,5 hl (l), 2,5 hl (dl), 0,09 hl (cl)
- 4,1 l (dl), 0,60 l (ml), 0,003 l (cl)

11. Premeň dané jednotky na jednotky v zátvorkách:

- 420 m (km), 2 050 dm (km), 310 256 cm (km)
- 260 dm (m), 10 260 cm (m), 36 560 mm (m)
- 560 cm (dm), 3 075 mm (dm)

12. Premeň dané jednotky na jednotky v zátvorkách:

- 36 580 m² (km²), 4 500 200 dm² (km²), 389 560 280 cm² (km²)
- 30 250 dm² (m²), 106 520 cm² (m²), 560 000 mm² (m²)
- 3 298 cm² (dm²), 6 280 mm² (dm²)
- 125 a (ha), 650 250 m² (ha)
- 562 m² (a)

13. Premeň dané jednotky na jednotky v zátvorkách:

- 5 620 dm³ (m³), 952 cm³ (m³), 7 450 mm³ (m³)
- 10 253 cm³ (dm³), 650 280 mm³ (dm³)
- 450 l (hl), 56 000 dl (hl), 4 580 000 cl (hl)
- 320 dl (l), 4 120 cl (l), 10 250 ml (l)
- 350 cl (dl), 3 520 ml (dl)

